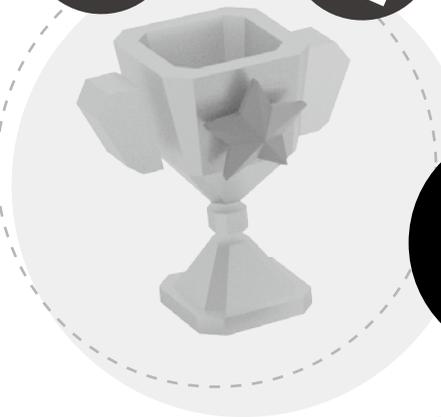


數學科



應試試卷

難點速解

一、 小數除法	02
二、 小數四則混合計算	04
三、 小數和分數互化	04
四、 平均數	06
五、 百分數	07
六、 容量和體積	09
七、 圓周	11
八、 圓面積	13
九、 應用題	14





一、小數除法

小數除以整數

例： $4.8 \div 4 = 1.2$

$$\begin{array}{r} 1.2 \\ 4 \overline{) 4.8} \\ \underline{4 } \\ 8 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

商的小數點與被除數的小數點要對齊

例： $37.5 \div 5 = 7.5$

$$\begin{array}{r} 7.5 \\ 5 \overline{) 37.5} \\ \underline{35 } \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

例： $1.2 \div 3 = 0.4$

$$\begin{array}{r} 0.4 \\ 3 \overline{) 1.2} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

個位的數不夠除，在商的個位補0，再除十分位的數

整數除以整數

例： $19 \div 2 = 9.5$

$$\begin{array}{r} 9.5 \\ 2 \overline{) 19.0} \\ \underline{18 } \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

需在個位後加小數點和補0繼續計算

例： $150 \div 24 = 6.25$

$$\begin{array}{r} 6.25 \\ 24 \overline{) 150.00} \\ \underline{144 } \\ 60 \\ \underline{48} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 0 \end{array}$$

加小數點和補0繼續計算時，有時候須補多於一個0

例： $3 \div 6 = 0.5$

$$\begin{array}{r} 0.5 \\ 6 \overline{) 3.0} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

需在個位後加小數點和補0繼續計算



小備忘

當被除數小於除數時，商必定是小於1的小數。

小數除以小數

把被除數與除數的小數點同時右移，直至除數變成整數。

例： $7.2 \div 0.8 = 72 \div 8 = 9$

小數點右移一個位

例： $1.23 \div 0.3 = 12.3 \div 3 = 4.1$

小數點右移一個位，不是兩個位，因為除數已變成整數



小備忘

把被除數和除數的小數點一起右移，即把被除數和除數同時乘以相同的數。

除數	
一位小數	$\times 10$
兩位小數	$\times 100$



例：12.3 + 0.03 = 1230 ÷ 3 = 410

小數點右移兩個位，緊記被除數需補0

取近似值

如果除不盡或題目要求，可用四捨五入法取近似值。

例：2.5 ÷ 1.6

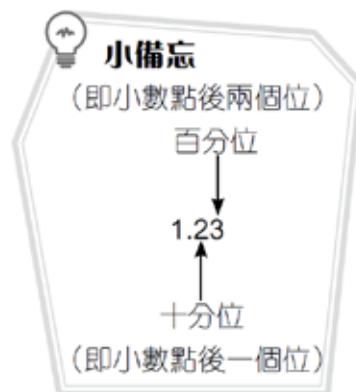
2.5 ÷ 1.6
= 1.56 (答案取至百分位)

$$\begin{array}{r}
 1.562 \\
 1.6 \overline{) 25.000} \\
 \underline{16} \\
 90 \\
 \underline{80} \\
 100 \\
 \underline{96} \\
 40 \\
 \underline{32} \\
 8
 \end{array}$$

例：3.88 ÷ 0.48

3.88 ÷ 0.48
= 8.1 (答案取至小數點後一個位)

$$\begin{array}{r}
 8.08 \\
 48 \overline{) 388.00} \\
 \underline{384} \\
 400 \\
 \underline{384} \\
 16
 \end{array}$$



估算

例：120.13 ÷ 19.98

120.13 ÷ 19.98
≈ 120 ÷ 20 ← 120.13 ≈ 120 · 19.98 ≈ 20
= 6

小備忘
可以利用四捨五入法估算答案。

小備忘
「≈」表示約等於。

二、小數四則混合計算

運算規則

① 先處理括號內的算式。

② 先乘或除，後加或減。

例： $8.6 - (2.3 + 9.5) \div 1.6$

$$8.6 - (2.3 + 9.5) \div 1.6 \text{ ①}$$

$$= 8.6 - 11.8 \div 1.6 \text{ ②}$$

$$= 8.6 - 7.375$$

$$= 1.225$$

例： $1.5 + (3.6 - 4.2 \div 7) \times 9.1$

$$1.5 + (3.6 - 4.2 \div 7) \times 9.1 \text{ ①}$$

$$= 1.5 + (3.6 - 0.6) \times 9.1 \text{ ②}$$

$$= 1.5 + 3 \times 9.1$$

$$= 1.5 + 27.3$$

$$= 28.8$$



小備忘

括號內的算式都必須依「先乘或除，後加或減」的規則運算。

注意： $12.9 \div (3.2 \times 1.4)$ 與 $12.9 \div 3.2 \times 1.4$ 不同，前者是先計括號內的算式，然後運算；

後者是直接由左至右運算。

$$12.9 \div (3.2 \times 1.4)$$

$$= 12.9 \div 4.48$$

$$= 2.88 \text{ (答案取至小數點後兩個位)}$$

$$12.9 \div 3.2 \times 1.4$$

$$= 4.03125 \times 1.4$$

$$= 5.64 \text{ (答案取至小數點後兩個位)}$$

三、小數和分數互化

小數化分數

	分母
一位小數	10
兩位小數	100
三位小數	1000

例： $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
一位小數

例： $0.08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$
兩位小數

例： $5.6 = 5\frac{6}{10} = 5\frac{3}{5}$
一位小數

例： $29.125 = 29\frac{125}{1000} = 29\frac{1}{8}$
三位小數



小備忘

緊記把分數約至最簡。

小數化分數

1. 利用除法

$$\text{例：} \frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$$

$$\text{例：} 1\frac{2}{15} = 1 + 2 \div 15 = 1.13$$

(答案取至小數點後兩個位)



小備忘

這個方法適合處理任何分數。

2. 直接把分數寫成小數

① 寫出分子

② 分母有多少個0，便把小數點向左移多少個位

$$\text{例：} \frac{1}{10} = 0.1$$

小數點左移1個位

$$\text{例：} \frac{3}{100} = 0.03$$

小數點左移2個位

$$\text{例：} \frac{907}{100} = 9.07$$

小數點左移2個位

$$\text{例：} \frac{79}{1000} = 0.079$$

小數點移到最左，而前面沒有數字時，尚要左移便要補0。



小備忘

這個方法適合處理分母是10、100或1000等的分數。

3. 利用擴分

① 把分母變成10、100、……等分數

② 依照方法2化為小數

$$\text{例：} \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\text{例：} 3\frac{6}{25} = 3\frac{6 \times 4}{25 \times 4} = 3\frac{24}{100} = 3.24$$



小備忘

這個方法適合處理分母是10、100或1000等的因數的分數。

比較分數的大小

把各數化成小數，然後比較。

例：把 $\frac{5}{13}$ 、0.36、 $\frac{4}{11}$ 由大至小排列出來。

$$\frac{5}{13} = 0.3846... \approx 0.385$$

$$\frac{4}{11} = 0.3636... \approx 0.364$$

$$\therefore \frac{5}{13} > \frac{4}{11} > 0.36$$



小備忘

取近似值時，注意必須能比較各數的大小。

例如在左面的例子中，如果只取至十分位，三個數都會變成0.4，不能比較大小。

四、平均數

計算平均數

$$\text{平均數} = \text{總和} \div \text{項數 (個數)}$$

例：15、20、18、22 的平均數是：

$$\begin{aligned} & (15 + 20 + 18 + 22) \div 4 \leftarrow \text{緊記有括號} \\ & = 75 \div 4 \\ & = 18.75 \end{aligned}$$



小備忘

即使其中一個數據是「0」，計算平均數時必須包括這個數據。

已知總和及平均數，求項數

$$\text{項數} = \text{總和} \div \text{平均數}$$

例：老師把 40 粒糖果平均分給幾名學生，每人得 5 粒，共有學生多少人？

共有學生：

$$\begin{aligned} & 40 \div 5 \\ & = 8 \text{ (人)} \end{aligned}$$

已知平均數及項數，求總和

$$\text{總和} = \text{平均數} \times \text{項數}$$

例：麗香在統一測驗中，中文、英文、數學及常識的平均分是 87 分。她這四科的總分是多少？

她這四科的總分是：

$$\begin{aligned} & 87 \times 4 \\ & = 348 \end{aligned}$$

已知平均數，找出其中一個數據

例：某數和 23、38 和 40 的平均數是 31.5，某數是多少？

$$\begin{aligned} \text{總和} & = 31.5 \times 4 = 126 \\ \text{某數} & = 126 - 23 - 38 - 40 = 25 \end{aligned}$$



五、百分數

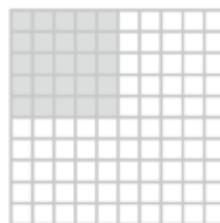
百分數的認識

1. 百分數是以 100 為分母的分數。
2. % (百分號) 表示分母為 100 的分數。
3. 1% 讀作百分之一，表示 $\frac{1}{100}$ 。
4. 100% (百分之一百) = $\frac{100}{100} = 1$ ，代表全部或整體。
例：右圖的陰影部分佔全圖的 25%。



小備忘

比 100% 大的百分數大於 1。
例：200% (即 2)，109%。



百分數和分數互化

1. 百分數化分數

① 把 % 寫作「 $\times \frac{1}{100}$ 」，即 $P\% = P \times \frac{1}{100}$ 。

② 如有需要，約簡及化為帶分數。

例：把 35% 化為最簡分數。

$$35\% = 35 \times \frac{1}{100} = \frac{7}{20}$$

約簡

例：把 180% 化為最簡分數。

$$180\% = 180 \times \frac{1}{100} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

約簡 化為帶分數

例：把 $\frac{3}{8}\%$ 化為最簡分數。

$$\frac{3}{8}\% = \frac{3}{8} \times \frac{1}{100} = \frac{3}{800}$$

例：把 $12\frac{1}{2}\%$ 化為最簡分數。

$$\begin{aligned} 12\frac{1}{2}\% &= 12\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \\ &= \frac{25}{2} \times \frac{1}{100} \leftarrow \text{把 } 12\frac{1}{2} \text{ 化為假分數} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

2. 分數化百分數

方法 1

① 利用約分或擴分把分母變成 100。

② 把 $\frac{1}{100}$ 寫作 %。

例：把 $\frac{11}{50}$ 化為百分數。

$$\frac{11}{50} = \frac{11 \times 2}{50 \times 2} = \frac{22}{100} = 22\%$$

① 擴分 ② $\frac{1}{100}$

例：把 $\frac{130}{200}$ 化為百分數。

$$\frac{130}{200} = \frac{130 \div 2}{200 \div 2} = \frac{65}{100} = 65\%$$

① 約分 ② $\frac{1}{100}$



小備忘

小於 1 的分數，化為百分數後必定小於 100%。

方法 2

把分數乘以 100%。

例：把 $1\frac{1}{3}$ 化為百分數。

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{3} &= 1 + \frac{1}{3} \\ &= 100\% + \frac{1}{3} \times 100\% \quad \leftarrow \text{乘以 } 100\% \\ &= 100\% + \frac{100}{3}\% \\ &= 100\% + 33\frac{1}{3}\% \quad \leftarrow \text{化為帶分數} \\ &= 133\frac{1}{3}\% \end{aligned}$$



小備忘

大於 1 的分數，化為百分數後必定大於 100%。
例：3 = 300%

百分數和小數互化

1. 百分數化小數

例：把 69% 化為小數。

$$69\% = 0.69 \quad \leftarrow \text{小數點左移 2 個位}$$

補 0 及小數點

例：把 132% 化為小數。

$$132\% = 1.32 \quad \leftarrow \text{小數點左移 2 個位}$$

例：把 360% 化為小數。

$$\begin{aligned} 360\% &= 3.60 \quad \leftarrow \text{小數點左移 2 個位} \\ &= 3.6 \quad \leftarrow \text{刪去小數點後末尾的 0} \end{aligned}$$

2. 小數化百分數

例：把 0.72 化為百分數。

$$0.72 = 72\% \leftarrow \text{小數點右移 2 個位}$$

例：把 3.2 化為百分數。

$$3.2 = 320\% \leftarrow \text{小數點右移 2 個位，注意補 0}$$

例：把 0.539 化為百分數。

$$0.539 = 53.9\% \leftarrow \text{小數點右移 2 個位}$$



小備忘

小於 1 的小數，化為百分數後必定小於 100%；大於 1 的小數，化為百分數後必定大於 100%。

比較數值的大小

比較各數的大小時，可把各數都化為小數或百分數再比較。

六、容量和體積

容量和體積的關係

容量：一個容器能容納物件的多少。

體積：一件物件所佔空間的大小。

容量和體積的單位及公式

$$1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ mL} = 1000 \text{ cm}^3$$

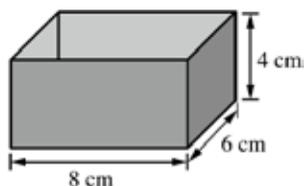
$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

正方體的體積 = 邊長 × 邊長 × 邊長

長方體的體積 = 長 × 闊 × 高

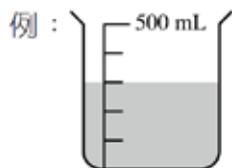
例：右面盒子的容量是：

$$\begin{aligned} & 4 \times 6 \times 8 \\ & = 192 \text{ (cm}^3\text{)} \\ & = 192 \text{ (mL)} \end{aligned}$$



量杯

注意並計算容器（如量杯）的一格代表多少。



左面量杯的容量是 500 mL。
每格代表： $500 \div 5 = 100$ (mL)
水的體積是： $100 \times 3 = 300$ (cm³)，即有水 300 mL。

不規則立體的體積

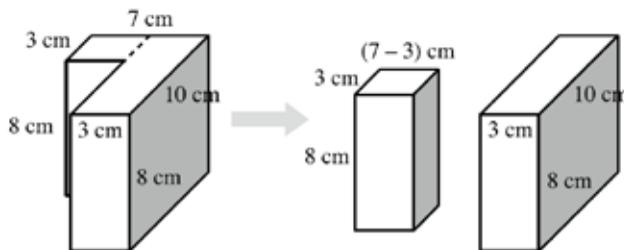
分割法

把不規則的立體分割成容易計算體積的立體圖形，例如正方體及長方體。

例：把右面的立體分割成兩個長方體。

立體的體積是：

$$10 \times 3 \times 8 + (7 - 3) \times 3 \times 8 = 336 \text{ (cm}^3\text{)}$$



填補法

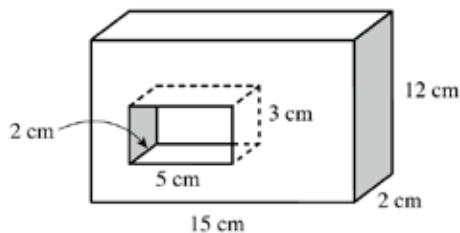
把不規則的立體填補成容易計算體積的立體圖形，例如正方體及長方體，然後減去空心部分的體積。

例：把右面的立體填補成一個長方體。

右面立體的體積是：

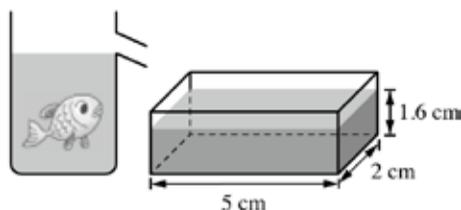
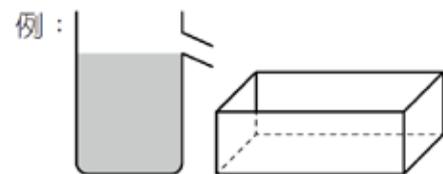
$$15 \times 2 \times 12 - 5 \times 2 \times 3 = 330 \text{ (cm}^3\text{)}$$

長方體 空心部分



排水法

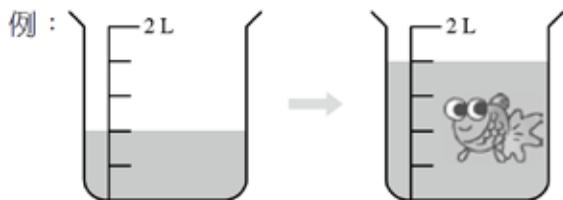
① 已知水位，求體積。



排出的水的體積便是魚的體積。
魚的體積是： $5 \times 2 \times 1.6 = 16$ (cm³)

小備忘

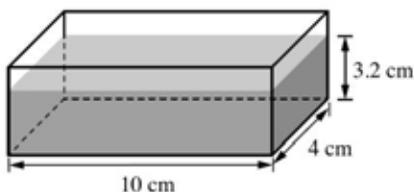
除了長方體容器外，也可使用量杯盛載排出的水，方便計算體積。



量杯的容量是 2L，即 2000 mL。
 每格代表： $2000 \div 5 = 400$ (mL)
 多了的水的體積便是金魚的體積。
 魚的體積是： $400 \times 2 = 800$ (cm³)

② 已知體積，求水位升高/下降多少。

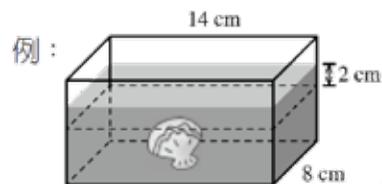
例：把一件體積是 8 cm³ 的物件完全放進下面的容器的水中。



水位會升高：
 $8 \div (10 \times 4)$
 $= 0.2$ (cm)

小備忘

除了量杯，也可使用已知尺寸的長方體容器。當水位升高時，多出的長方體體積便是物件的體積。



貝殼的體積是：

$$14 \times 8 \times 2 = 224 \text{ (cm}^3\text{)}$$

小備忘

當容器餘下的容量小於放入的物件的體積時，水會滿溢。

七、圓周

圓周的認識

1. 圓的周界稱為「圓周」。
2. 所有圓的圓周除以半徑後都是同一個數，稱為圓周率，以 π 表示。
3. 計算時，通常使用「3.14」或「 $\frac{22}{7}$ 」作為 π 的近似值。

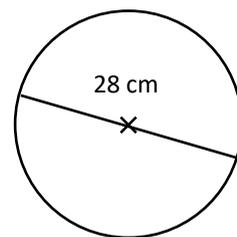
圓周的計算

1. 圓周 = 直徑 $\times \pi$ = 半徑 $\times 2 \times \pi$

例：一個圓的直徑是 28 cm，它的圓周是多少 cm？（ π 以 $\frac{22}{7}$ 計算）

它的圓周是： $28 \times \frac{22}{7} = 88$ (cm)

留意使用哪一個 π 的近似值。

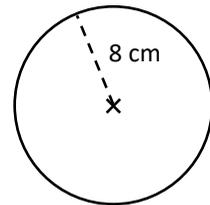


例：一個圓的半徑是 8 cm，它的圓周是多少 cm？（ π 以 3.14 計算）

$$\text{它的圓周是：} 8 \times 2 \times 3.14 = 50.24 \text{ (cm)}$$

$$\text{直徑} = \text{半徑} \times 2$$

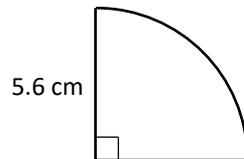
留意使用哪一個 π 的近似值。



2. 計算涉及半圓或四分之一圓的周界時，除了要計算圓周部分外，緊記計算周界中的直線部分。

例：計算右面圖形的周界。（ π 以 $\frac{22}{7}$ 計算）

$$\text{周界是：} \underbrace{5.6 \times 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4}}_{\text{四分之一圓的圓周}} + \underbrace{5.6 + 5.6}_{\text{直徑 兩條半徑的長度}} = 20 \text{ (cm)}$$



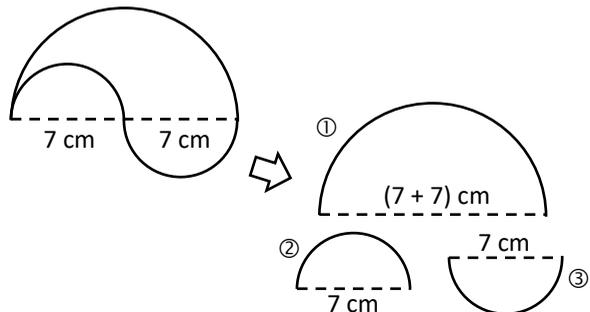
計算與圓周有關的圖形周界

可以利用分割法計算與圓周有關的圖形周界。

把圖形分割成多條圓周和直線，並逐一計算它們的長度，然後把這些線的長度相加，便可得到整個圖形的周界。

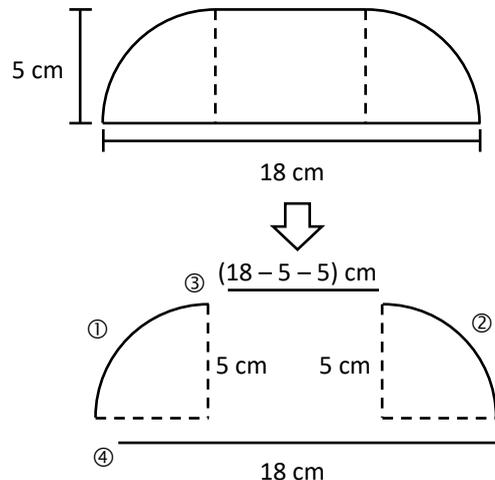
例：計算右面圖形的周界。（ π 以 $\frac{22}{7}$ 計算）

$$\begin{aligned} \text{周界是：} & \underbrace{(7+7) \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2}}_{\text{①}} + \underbrace{7 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 2}_{\text{②+③}} \\ & = 22 + 22 \\ & = 44 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



例：計算右面圖形的周界。（ π 以 3.14 計算）

$$\begin{aligned} \text{周界是：} & \underbrace{5 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2}_{\text{①+②}} + \underbrace{(18-5-5)}_{\text{③}} + 18_{\text{④}} \\ & = 15.7 + 8 + 18 \\ & = 41.7 \text{ (cm)} \end{aligned}$$





八、圓面積

圓面積的認識

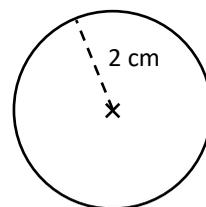
1. 圓的面積稱為「圓面積」。
2. 計算時，通常使用「3.14」或「 $\frac{22}{7}$ 」作為 π 的近似值。

圓面積的計算

1. 圓面積 = 半徑 \times 半徑 $\times \pi$

例：一個圓的半徑是 2 cm，圓面積是多少 cm^2 ？（ π 以 3.14 計算）
 圓面積是： $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56 \text{ (cm}^2\text{)}$

留意使用哪一個 π 的近似值。

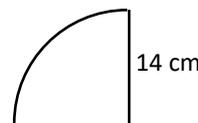


2. 圓面積 = (直徑 $\div 2$) \times (直徑 $\div 2$) $\times \pi$

例：一個圓的直徑是 2 cm，圓面積是多少 cm^2 ？（ π 以 3.14 計算）
 圓面積是： $(2 \div 2) \times (2 \div 2) \times 3.14 = 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$

3. 四分之一圓的面積 = 圓面積 $\div 4$

例：計算右圖的面積。（ π 以 $\frac{22}{7}$ 計算）



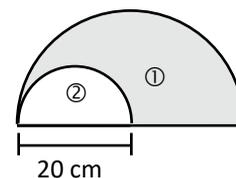
$$\text{面積是：} 14 \times 14 \times \frac{22}{7} \div 4 = 154 \text{ (cm}^2\text{)}$$

計算與圓面積有關的圖形面積

可以利用分割法或填補法計算與圓面積有關的圖形面積。

例：計算右圖陰影部分的面積。（ π 以 3.14 計算）

$$\begin{aligned} \text{面積是：} & \underbrace{20 \times 20 \times 3.14 \div 2}_{\text{①}} - \underbrace{(20 \div 2) \times (20 \div 2) \times 3.14 \div 2}_{\text{②}} \\ & = 628 - 157 \\ & = 471 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



九、應用題

除法的答案要調整

1. 麪包店每天需要用 87.3 公斤的麪粉，每包麪粉重 2.4 公斤。麪包店一天最少需要買多少包麪粉？
($87.3 \div 2.4 = 36$ (包) $\cdots 0.9$ (公斤)，餘下的 0.9 公斤也需從一包麪粉取得，所以答案是商 + 1)
2. 一條長 2 m 的繩子最多可剪成多少段 2.8 cm 的繩子？
($200 \div 2.8 = 71$ (段) $\cdots 1.2$ (cm)，餘下的 1.2 cm 不足 2.8 cm，所以答案是商)
3. 一條長 2 m 的繩子剪成最多段 2.8 cm 的繩子後，多出多少繩子？
($200 \div 2.8 = 71$ (段) $\cdots 1.2$ (cm)，餘下的 1.2 cm 是多出的，所以答案是餘數)

注意在解答除數是小數的小數除法應用題時，餘數的小數點須根據除數是幾位小數而左移（見右表）。

例：油漆 32.4 升，每 0.8 升裝成一罐，最多可裝成多少罐？

還餘油漆多少升？

可裝成：

$$32.4 \div 0.8$$

$$= 324 \div 8 \leftarrow \text{被除數和除數的小數點同時右移一位}$$

$$= 40 \text{ (罐)} \dots 0.4 \text{ (升)} \leftarrow \text{餘數的小數點須左移一個位}$$

最多可裝成 40 罐，還餘油漆 0.4 升。

$$\begin{array}{r} 40 \\ 8 \overline{) 324} \\ \underline{320} \\ 4 \end{array}$$

除數	左移
一位小數	1 個位
兩位小數	2 個位
三位小數	3 個位

4. 一條長 2 m 的繩子剪成最多段 2.8 cm 的繩子後，還欠多少 cm 才可多剪一段？
($200 \div 2.8 = 71$ (段) $\cdots 1.2$ (cm)，餘下的 1.2 cm 是多出的，因一段繩子長 2.8 cm，所以答案是除數 - 餘數)

百分數的應用

例：右表是某社區中心的會員分佈。兒童及青少年佔全部會員的百分之幾？

兒童及青少年佔全部會員的：

$$\begin{aligned} & 1 - 15\% - 33\% \\ & = 100\% - 15\% - 33\% \\ & = 52\% \end{aligned}$$

老人	15%
成人	33%
兒童及青少年	?

例：畫廊裏有女參觀者 54 人和男參觀者 46 人。

(a) 女參觀者佔全部參觀者的百分之幾？

$$\frac{54}{54 + 46} \times 100\% = 54\%$$

注意多餘資料

有時候，要從題目中選取合適的資料解題。

例：一條連衣裙原價 280.4 元，特價 90.4 元。以特價買二十五條連衣裙，須付多少元？

(以特價購買連衣裙，不需考慮原價；二十五即 25，須付： 90.4×25 (元))

時間長短

1. 一小時有 60 分鐘。一分鐘有 60 秒。
2. 一星期有 7 天。一天有 24 小時。
3. 不同月份的天數：

月份	2	4, 6, 9, 11 (月小)	1, 3, 5, 7, 8, 10, 12 (月大)
天數	平年 28 閏年 29	30	31

例：偉文在 3 月共跑步 69.75 小時，他平均每天跑步多少小時？

(因為 3 月有 31 天，所以偉文平均每天跑步： $(69.75 \div 31)$ 小時)

4. 一季有 3 個月。
5. 一年有 12 個月。
6. 平年有 365 天，閏年有 366 天。

量詞

1. 1 打 = 12 個 (半打 = 6 個)

例：買西餅 30 件，共有西餅多少打？

(因為 1 打有 12 件，所以共有西餅： $(30 \div 12)$ 打)

2. 1 對 = 2 個；1 雙 = 2 個

其他常見字眼

全日、半天、來回 (即兩程)、原有 (多用於加法)、還有 (多用於減法)